MỤC LỤC

1. MỞ ĐẦU

1.1. LÍ DO CHỌN ĐỀ TÀI:

Trong quá trình giảng dạy nói chung và bồi dưỡng học sinh khá giỏi nói riêng thì việc định hướng, liên kết, mở rộng và lật ngược bài toán là một vấn đề rất quan trọng, nó không chỉ giúp cho học sinh nắm bắt kĩ kiến thức của một dạng toán cơ bản mà còn nâng cao tính khái quát hoá, đặc biệt hoá một bài toán để từ đó phát triển tư duy, nâng cao tính sáng tạo cho các em học sinh. Hơn nữa, việc liên kết, mở rộng và tìm ra công thức tổng quát của các bài toán khác nhau, tìm mối liên hệ chung giữa chúng sẽ giúp cho học sinh hứng thú và phát triển năng lực tự học một cách khoa học khi học toán.

Về chủ đề sử dụng biệt thức Đenta trong công thức tìm nghiệm của phương trình bậc hai, tôi thấy đã có nhiều tác giả viết và xuất bản nhưng đa phần chỉ là một ứng dụng riêng lẻ vào một dạng toán nào đó. Chưa thấy tài liệu nào viết dưới dạng chủ đề riêng biệt về biệt thức Đenta.

Là một giáo viên trực tiếp giảng dạy và tìm hiểu thực tiễn tại trường THCS Nguyễn Tất Thành – Cư Jut – Đăk Nông tôi thấy còn nhiều học sinh chưa nắm vững được kiến thức cơ bản của phân môn Đại Số học, đặc biệt tôi thấy giáo viên và học sinh thường nắm bắt một cách cục bộ chứ không hệ thống được kiến thức, không thấy được mối liên hệ giữa các vấn đề Toán học với nhau. Vì thế khi gặp các vấn đề có cùng bản chất nhưng phát biểu ở dạng khác thì giáo viên và học sinh thường tỏ ra lúng túng và bế tắc. Chính vì vậy, để giúp học sinh dễ dàng nhận ra các bài toán có liên quan, bài toán tổng quát…đồng thời góp phần vào việc đổi mới phương pháp dạy học theo hướng tích cực và bồi dưỡng năng lực học toán cho học sinh, rèn luyện khả năng sáng tạo trong học toán cho học sinh cũng như muốn góp phần vào công tác bồi dưỡng đội ngũ học sinh giỏi Toán trường THCS Nguyễn Tất Thành nói riêng và học sinh toàn huyện nói chung. Tôi xin được trình bày đề tài: **“ Sử dụng biệt thức Đenta trong tam**

thức bậc hai để giải một số dạng toán" nhằm khắc phục những tình trạng nói trên, đồng thời giúp các em hệ thống lại các dạng toán có liên quan đến biệt thức Đenta trong tam thức bậc hai (chứa từ một biến đến nhiều biến). Đề tài này đề tới nhiều dạng toán, mỗi dạng toán có số lượng bài tập phong phú, đủ cho học sinh có điều kiện nhận ra bản chất của từng dạng toán. Thông qua đề tài này, tôi hi vọng mang đến cho người đọc cũng như học sinh có nột cách nhìn nhận mới của việc sử dụng biệt thức Đenta, cũng như thấy được vai trò to lớn của nó trong Toán học.

1.2. MỤC ĐÍCH NGHIÊN CỨU:

- Chỉ ra những phương pháp cơ bản khi dạy những dạng toán này.
- Xây dựng một số giải pháp nhằm định hướng học sinh cách tìm tòi lời giải toán.
- Đổi mới phương pháp giảng dạy theo hướng tích cực.
- Nâng cao chất lượng bộ môn, đặc biệt là chất lượng dạy học đặt lên hàng đầu.
- Học sinh vận dụng một cách nhuần nhuyễn vào giải các bài toán liên quan, từ đó có tính tự học, tự tìm tòi và say mê học tập môn Toán.

1.3. ĐỐI TƯỢNG NGHIÊN CỨU:

- Sử dụng biệt thức Đenta trong tam thức bậc hai để giải một số dạng toán.
- Học sinh giỏi khối 9 của trường trong hai năm học 2017 – 2018 và 2018 – 2019. Trong quá trình thực hiện tôi tập trung đi sâu phân tích, khai thác, nhìn nhận, xây dựng một số giải pháp nhằm định hướng học sinh cách tìm tòi lời giải dạng toán "*Sử dụng biệt thức Đenta trong tam thức bậc hai để giải một số dạng toán.*"

1.4. PHƯƠNG PHÁP NGHIÊN CỨU:

- Nghiên cứu qua tài liệu: SGK; SBT và các tài liệu có liên quan.
- Nghiên cứu qua thực hành giải bài tập của học sinh.
- Nghiên cứu qua theo dõi kiểm tra.

- Nghiên cứu từ thực tế giảng dạy và từng đối tượng học sinh.
- Nghiên cứu thông qua thống kê chất lượng học sinh.

1.5. GIỚI HẠN VÀ PHẠM VI NGHIÊN CỨU:

- Đề tài nghiên cứu: **" Sử dụng biệt thức Đenta trong tam thức bậc hai để giải một số dạng toán"**

- Phạm vi nghiên cứu: Trường THCS Nguyễn Chí Thanh - xã Nam Dong – Cư Jut – Đăk Nông.

- Thời gian nghiên cứu từ năm học 2017 – 2018, 2018 - 2019.

2. NỘI DUNG

2.1. **CƠ SỞ LÝ LUẬN** :

Đặc điểm của lứa tuổi THCS là muốn tự mình khám phá, tìm hiểu trong quá trình nhận thức. Đặc biệt là các em học sinh khối 9, các em chuẩn bị chuyển cấp lên bậc THPT, việc làm đầu tiên là các em muốn khẳng định mình, muốn tìm tòi, muốn khám phá kho tàng kiến thức mới. Các em có khả năng điều chỉnh hoạt động học tập, sẵn sàng tham gia các hoạt động học tập khác nhau nhưng cần phải có sự hướng dẫn, điều hành một cách khoa học và nghệ thuật của thầy cô giáo. Hình thành tính tích cực, tự giác, chủ động và đồng thời phát triển năng lực tự học của học là một quá trình lâu dài, kiên nhẫn và phải có phương pháp. Tính tích cực, tự giác, chủ động và năng lực tự học của học sinh được thể hiện một số mặt sau:

- Biết tìm ra phương pháp nghiên cứu giải quyết vấn đề, khắc phục các tư tưởng rập khuôn, máy móc.

- Có kĩ năng phát hiện những kiến thức liên quan với nhau, nhìn nhận một vấn đề ở nhiều khía cạnh.

- Phải có óc hoài nghi, luôn đặt ra các câu hỏi tại sao? Do đâu? Như thế nào? Liệu có trường hợp nào nữa không? Các trường hợp khác thì kết luận trên có đúng nữa không? Và phải biết tổng hợp các bài toán liên quan.

- Tính chủ động của học sinh còn thể hiện ở chỗ biết nhìn nhận vấn đề và giải quyết vấn đề.

- Có khả năng khai thác một vấn đề mới từ những vấn đề đã biết.Hướng đổi mới phương pháp dạy học Toán hiện nay ở trường THCS là tích cực hóa hoạt động học tập của học sinh, khơi dậy và phát triển khả năng tự học, nhằm hình thành cho học sinh tư duy tích cực, độc lập, sáng tạo, nâng cao năng lực phát hiện và giải quyết vấn đề, rèn luyện kỷ năng vận dụng kiến thức vào thự tiễn: tác động đến tình cảm đem lại niềm vui, hứng thú học tập cho học sinh. Đặc biệt là trong năm học này toàn ngành giáo dục đang ra sức thực hiện cuộc vận động "Xây dựng trường học thân thiện, học sinh tích cực " thì việc tạo hứng thú học tập cho học sinh cũng chính là tạo cho các em có niềm tin trong học tập, khơi dậy trong các em ý thức "mỗi ngày đến trường là một niềm vui"

2.2.THỰC TRẠNG .

* Thuận lợi: Trường THCS Nguyễn Tất Thành đã nhiều năm có truyền thống về chất lượng dạy và học, là một trong những trường trọng điểm về chất lượng của huyện, có bề dày thành tích về chất lượng thi học sinh giỏi cũng như chất lượng tuyển sinh THPT hằng năm.

Đa số phụ huynh trường THCS Nguyễn Tất Thành quan tâm đến việc học tập của con em mình nên đã tạo điều kiện để con em mình có môi trường học tập và rèn luyện tốt nhất.

Đa số các em học sinh đều chăn chỉ học tập, có ước mơ hoài bão lớn, đó là động lực để các em có thành tích tốt trong việc học tập của mình.

* Khó khăn: Tồn tại nhiều học sinh yếu trong tính toán, kĩ năng quan sát nhận xét, biến đổi và thực hành giải toán, phần lớn do mất kiến thức căn bản ở các lớp dưới, nhất là chưa chủ động ngay từ đầu chương trình. Đặc biệt là do chây lười, ỷ lại hay trông chờ vào kết quả của người khác, chưa ý thức học tập, chưa tự rèn luyện …

- Giáo viên chưa thực sự đổi mới phương pháp dạy học hoặc đổi mới chưa triệt để, ngại sử dụng đồ dùng dạy học, phương tiện dạy học, vẫn tồn tại theo lối giảng dạy cũ xưa, xác định dạy học theo phương pháp mới còn mơ hồ.

- Vẫn còn một số phụ huynh chưa thực sự quan tâm đúng mức đến việc học tập của con em mình, chưa theo dõi, kiểm tra đôn đốc nhắc nhở sự học tập ở nhà của học sinh.

Bản thân tôi là một giáo viên đã trực tiếp giảng dạy môn Toán được nhiều năm từ khi đổi mới chương trình SGK phổ thông, trong đó tất cả thời gian tôi đều giảng dạy tôi thấy rằng :

Trong trường THCS môn Toán được coi là môn khoa học luôn được chú trọng nhất và cũng là môn có nhiều khái niệm trừu tượng. Đặc biệt phải khẳng đinh là phân môn Số học có nhiều khái niệm trừu tượng nhất. Đặc biệt đối với các bài toán liên quan đến dãy số nên yêu cầu học sinh phải phân tích kĩ bài toán, tư duy logic, vận dụng linh hoạt các bước giải… kiến thức trong bài tập phong phú rất nhiều so với nội dung lý thuyết mới học. Bên cạnh đó yêu cầu bài học lại cao phải suy diễn chặt chẽ lôgic.

- Học sinh khó khăn trong việc lập luận, suy diễn lôgic đã tạo nên thái độ miễn cưỡng, chán nản của các em. Từ đó, nhiều em không nắm được kiến thức cơ bản, làm bài tập về nhà chỉ để đối phó, lúng túng trong việc phân tích và thực hiện các bước giải bài toán… Điều này cho thấy mỗi giáo viên phải bỏ nhiều công sức để nghiên cứu, chọn lọc cho mình các phương pháp giảng dạy tốt nhất để tạo hứng thú cho học sinh trong bài giảng.

Qua điều tra về mức độ thông hiểu về các dạng toán của một số học sinh khi chưa sử dụng biệt thức Đenta cho thấy kết quả:

Tổng số HS	**Số HS thông hiểu**		**Số HS không thông hiểu**	
	SL	**%**	**SL**	**%**
20	5	20%	15	80%

2.3. CÁC BIỆN PHÁP ĐÃ TIẾN HÀNH ĐỂ GIẢI QUYẾT VẤN ĐỀ.

Trên cơ sở đó, tôi nghĩ giáo viên cần phải xây dựng được cho học sinh một sự hứng thú, kích thích tính tò mò, tự giác tìm hiểu về môn học. Bằng kinh nghiệm hiểu biết và tìm hiểu qua nhiều thông tin tôi có một số giải pháp như sau:

* **Cơ sở xuất phát từ bài toán gốc**:

Cho phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$ (*)

$\Delta = b^2 - 4ac$ hoặc $\Delta' = b'^2 - ac$ ($b = 2b'$)

Phương trình (*) có nghiệm khi $\Delta \geq 0$ $(\Delta' \geq 0)$

Giả sử x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (*) thì tam thức bậc hai $ax^2 + bx + c$ được phân tích thành nhân tử như sau: $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$.

Dạng 1: Sử dụng biệt thức Đenta (Δ) phân tích đa thức thành nhân tử:

Đây là đa thức nhiều biến, để phân tích đa thức thành nhân tử học sinh thường phải lựa chọn phối hợp nhiều phương pháp, đôi khi gặp nhiều khó khăn trong quá trình biến đổi. Nhưng khi sử dụng biệt thức Đenta thì việc giải toán trở lên dễ dàng hơn.

Ta xét bài toán sau:

Bài toán 1: Phân tích đa thức thành nhân tử:

$P = x^2 - 8x - 4y^2 + 12y + 7$

Biến đổi biểu thức P về dạng tam thức bậc hai theo biến x, ta có

$\Delta' = (-4)^2 - (-4y^2 + 12y + 7) = 16 + 4y^2 - 12y - 7 = 4y^2 - 12y + 9 = (2y - 3)^2 \geq 0$ với mọi y.

Đa thức P có hai nghiệm $x_1 = 2y + 1$; $x_2 = -(2y - 7)$

Do đó: $P = (x - 2y - 1)(x + 2y - 7)$

Bài toán 2: Phân tích đa thức $Q = x^2 + 2y^2 - 3xy + x - y$ thành nhân tử.

Ta thấy sử dụng các phương phân tích đa thức thành nhân tử đã học vào làm bài này không hề dễ nên ta có thể sử dụng biệt thức Đenta vào làm như sau:

Biến đổi biểu thức Q về dạng tam thức bậc hai theo biến x, ta có

$Q = x^2 + 2y^2 - 3xy + x - y = x^2 + (1 - 3y)x + 2y^2 - y$

$\Delta = (1 - 3y)^2 - 4(2y^2 - y) = 1 - 6y + 9y^2 - 8y^2 + 4y = 1 - 2y + y^2 = (y - 1)^2 \geq 0$ với mọi y.

Đa thức Q có hai nghiệm

$$x_1 = \frac{3y-1+\sqrt{(y-1)^2}}{2} = \frac{3y-1+y-1}{2} = 2y-1;\quad x_2 = \frac{3y-1-\sqrt{(y-1)^2}}{2} = \frac{3y-1-y+1}{2} = y$$

Do đó: $Q = (x - 2y + 1)(x - y)$.

Bài tập tương tự: Phân tích các đa thức sau thành nhân tử

a) $M = x^2 - 4y^2 + 3xy - 3x + 3y$

b) $N = 2x^2 + 2y^2 - 5xy + x - 5y - 3$

Dạng 2: Sử dụng biệt thức Đenta để giải phương trình và hệ phương trình

Khi gặp các dạng toán này học sinh thường phân tích vế trái của phương trình thành nhân tử hoặc thành tổng các bình phương, còn vế phải bằng 0. Khi đó học sinh thường sẽ gặp khó khăn và thấy độ phức tạp của bài toán. Vậy tại sao chúng ta không thử sử dụng biệt thức Đenta để giải ?

Ta xét các bài toán sau:

Bài toán 3: Giải phương trình: $2x^2 + 5y^2 - 2xy - 6x - 6y + 9 = 0$ (1)

Khi gặp dạng toán này thì học sinh rất vất vả mới biến đổi được phương trình (1) về dạng tổng các bình phương: (1) $\Leftrightarrow (x + y - 3)^2 + (x - 2y)^2 = 0$ suy ra tìm được (x; y). ta có thể đưa phương trình (1) về dạng phương trình bậc hai theo biến x (hoặc biến y) rồi sử dụng biệt thức Đenta như sau:

$2x^2 - 2(y + 3)x + 5y^2 - 6y + 9 = 0$ (2)

$\Delta' = [-(y + 3)]^2 - 2(5y^2 - 6y + 9) = -9(y - 1)^2 \le 0$ với mọi y.

Phương tình (2) có nghiệm khi $\Delta' \ge 0 \Rightarrow y - 1 = 0 \Rightarrow y = 1$

Thay $y = 1$ vào phương trình (2) ta được $x = 2$

Vậy phương trình (1) có nghiệm là $(x;y) = (2; 1)$

Bài toán 4: Giải hệ phương trình: $\begin{cases} y^2 - 2x + 2xy = 1 \quad (1) \\ x^2 + y^2 + x + y = 8 \quad (2) \end{cases}$

(Trích đề thi học sinh giỏi tỉnh Đăk Nông năm 2015)

Thông thường ta biến đổi (1) $\Leftrightarrow y^2 + 2xy + x^2 = x^2 + 2x + 1 \Leftrightarrow (x + y)^2 = (x + 1)^2$

$\Leftrightarrow y_1 = 1$ hoặc $y_2 = -2x - 1$

Thay từng giá trị y_1 , y_2 vào (2) rồi giải tìm (x; y).

Ta cũng có thể biến đổi (1) về phương trình bậc hai theo biến y và sử dụng biệt thức Đenta như sau:

$y^2 + 2xy – 2x – 1 = 0$

Ta có $\Delta' = x^2 – (- 2x – 1) = x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2 \geq 0$ với mọi x

Suy ra phương trình có hai nghiệm : $y_1 = 1$; $y_2 = -2x – 1$

Thay $y_1 = 1$vào (2) ta được $x^2 + x – 6 = 0 \Leftrightarrow x_1 = 2$; $x_2 = -3$

Thay $y_2 = -2x – 1$ vào (2) ta được $5x^2 +3x – 8 = 0 \Leftrightarrow x_3 = 1$; $x_4 = \frac{-8}{5}$ => $y_3 = -3$; $y_4 = \frac{11}{5}$

Vậy hệ phương trình đã cho có tập nghiệm: (x; y) = $\left\{(2;1);(-3;1);(1;-3);\left(\frac{-8}{5};\frac{11}{5}\right)\right\}$

Bài toán 5: Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = xy + yz + xz (1) \\ x^{2012} + y^{2012} + z^{2012} = 3^{2013} (2) \end{cases}$$

(Trích đề thi học sinh giỏi tỉnh Đăk Nông Năm 2012)

Từ (1) ta biến đổi đưa về phương trình ẩn x

(1) $\Leftrightarrow x^2 – (y + z)x + y^2 + z^2 – yz = 0$

Ta có $\Delta = [- (y + z)]^2 – 4(y^2 + z^2 – yz) = -3(y – z)^2 \leq 0$

Để phương trình ẩn x có nghiệm thì $\Delta = 0$ suy ra y = z

Tương tự như vậy với phương trình ẩn y và ẩn z ta cũng được x = z, x = y. Vậy ta có :

x = y = z . Thay vào (2) ta được: $x^{2012} + x^{2012} + x^{2012} = 3^{2013} \Leftrightarrow 3x^{2012} = 3^{2013}$

$\Leftrightarrow x^{2012} = 3^{2012} \Leftrightarrow x = 3 \Leftrightarrow x = y = z = 3$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất (x;y;z) = (3; 3; 3)

Bài tập tương tự: Giải phương trình và hệ phương trình:

1) $x^2 +2y^2 – 2xy + 2y – 4x + 5 = 0$

2) $\begin{cases} a^2+b^2=2ab+1 \\ a^3+b^3=2ab+3 \end{cases}$ (*Trích đề thi học sinh giỏi tỉnh Đăk Nông năm 2013*)

3) $\begin{cases} (x+y)^2-4(x+y)=12 \\ (x-y)^2-2(x-y)=3 \end{cases}$ (*Trích đề thi học sinh giỏi huyện Cư Jut năm 2016*)

Dạng 3: Sử dụng biệt thức Đenta để giải phương trình nghiệm nguyên

Ta biểu diễn phương trình f(x; y; …) = 0 dưới dạng phương trình bậc hai theo ẩn x hoặc ẩn y, khi đó để phương trình có nghiệm nguyên thì cần điều kiện $\begin{cases} \Delta \geq 0 \\ \Delta = k^2 \, (k \in N) \end{cases}$ (Điều kiện này thường dẫn đến phương trình ước số A.B = t, t ≠ 0)

Bài toán 6: Tìm tất cả cặp số nguyên (x; y) sao cho

$x^2 + xy - 2x - 3y = 2014$ (1)

(Trích đề thi vào lớp 10, chuyên Nguyễn Chí Thanh – Đăk Nông năm học 2014 - 2015)

Ta biến đổi phương trình đã cho về dạng phương trình bậc hai theo ẩn x

(1) $\Leftrightarrow x^2 + (y-2)x - 3y - 2014 = 0$ (*)

$\Delta = (y-2)^2 - 4.1.(-3y - 2014) = y^2 - 4y + 4 + 12y + 8056 = (y+4)^2 + 8044 > 0.$

Đến đây học sinh thường thấy bế tắc, không đưa ra được kết quả. Để phương trình có nghiệm nguyên thì ngoài điều kiện $\Delta \geq 0$ thì cần thêm điều kiện $\Delta = k^2$ ($k \in N$) là số chính phương.

$\Leftrightarrow (y+4)^2 + 8044 = k^2 \Leftrightarrow k^2 - (y+4)^2 = 8044 \Leftrightarrow (k+y+4)(k-y-4) = 8044$

Mà 8044 = 1.8044 = 2.4022 = 4.2011 = (-1).(-8044) = (-2).(-4022) = (-4).(-2011) và vì (k + y + 4) > (k – y – 4) nên ta có các hệ phương trình sau:

$\begin{cases} k+y+4=8044 \\ k-y-4=1 \end{cases}; \begin{cases} k+y+4=4022 \\ k-y-4=2 \end{cases}; \begin{cases} k+y+4=2011 \\ k-y-4=4 \end{cases}$

$\begin{cases} k+y+4=-1 \\ k-y-4=-8044 \end{cases}; \begin{cases} k+y+4=-2 \\ k-y-4=-4022 \end{cases}; \begin{cases} k+y+4=-4 \\ k-y-4=-2011 \end{cases}$

Giải các hệ trên ta được $\begin{cases} k = 2012 \\ y = 2006 \end{cases}; \begin{cases} k = -2012 \\ y = 2006 \end{cases}$

Thay y = 2006 vào phương trình (*) ta được $x^2 + 2004x - 8032 = 0 \Leftrightarrow x_1 = 4; x_2 = -2008$.

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm nguyên (x; y) = {(4; 2006); (-2008; 2006)}

* Chú ý: Khi giải các phương trình, phương trình nghiệm nguyên, hệ phương trình số nghiệm có thể là một nghiệm, hai nghiệm, … hoặc vô nghiệm.

Bài toán 7: Tìm các nghiệm nguyên của phương trình :

$2x^2 + 5y^2 - 2xy - 6x - 6y + 10 = 0$ (1)

Ta đưa phương trình đã cho về dạng phương trình bậc hai theo ẩn x

(1) $\Leftrightarrow 2x^2 - 2(y + 3)x + 5y^2 - 6y + 10 = 0$ (2)

$\Delta' = [-(y + 3)]^2 - 2(5y^2 - 6y + 10) = -9(y - 1)^2 - 2 < 0$ với mọi y

Do đó phương trình (2) vô nghiệm. Vậy phương trình đã cho vô nghiệm.

Bài tập tương tự: Tìm các nghiệm nguyên của phương trình:

1) $x^2 - y^2 - 2x - 11 = 0$
2) $5x^2 - y^2 + 4xy - 9 = 0$
3) $x^2 + 2x - 4y^2 + 9 = 0$

Dạng 4: Sử dụng biệt thức Đenta để chứng minh bất đẳng thức.

Xét tam thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$)

- Nếu $\Delta < 0$ thì f(x) cùng dấu với hệ số a

- Nếu $\Delta = 0$ thì f(x) cùng dấu với hệ số a (trừ $x = \frac{-b}{2a}$)

- Nếu $\Delta > 0$ thì $\frac{f(x)}{a} = (x - x_1)(x - x_2)$(giả sử $x_1 < x_2$) thì f(x) trái dấu với hệ số a nếu $x_1 < x < x_2$; f(x) cùng dấu với a nếu $x < x_1$ hoặc $x > x_2$.

Bài toán 8: Chứng minh đẳng thức $2x^2 + 5y^2 - 2xy - 6x - 6y + 10 > 0$ với mọi x,y.

Vận dụng kiến thức trên ta giải bài toán như sau:

Đặt $f(x) = 2x^2 + 5y^2 – 2xy – 6x – 6y + 10$ (x là biến)

$= 2x^2 – 2(y + 3)x + 5y^2 – 6y + 10$

$\Delta' = [- (y + 3)]^2 – 2(5y^2 – 6y + 10) = - 9(y – 1)^2 – 2 < 0$ với mọi y

Mà hệ số a = 2 > 0. Do đó f(x) > 0 với mọi x, y.

Bài toán 9: Cho x, y, z là ba số thực tùy ý. Chứng minh:

$x^2 + y^2 + z^2 – yz – 4x – 3y \geq -7$

(Trích đề thi vào lớp 10 tỉnh Đăk Lăk năm học 2011 - 2012)

Ta biến đổi: $x^2 + y^2 + z^2 – yz – 4x – 3y \geq -7 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 – yz – 4x – 3y + 7 \geq 0$

Đặt $f(x) = x^2 + y^2 + z^2 – yz – 4x – 3y + 7$ (x là biến)

$F(x) = x^2 – 4x +y^2 + z^2 – yz – 3y + 7$

$\Delta' = 4 – (y^2 + z^2 – yz – 3y + 7) = - y^2 – z^2 + yz + 3y – 3$

$-4\Delta' = 4y^2 + 4z^2 – 4yz – 12y + 12 = (y – 2z)^2 + 3(y – 2)^2 \geq 0$ với mọi y,z.

=> $\Delta' \leq 0$ với mọi y, z. Mà hệ số a của f(x) bằng 1 > 0 nên $f(x) \geq 0$ với mọi x, y, z.

Dấu “ = ” xảy ra khi $\begin{cases} y-2z=0 \\ y-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2-2z=0 \\ y=2 \end{cases} \begin{cases} z=1 \\ y=2 \end{cases}$ thay vào ta tìm được x = 2

Suy ra (x, y, z) = (2; 2; 1)

Bài tập tương tự

1. Với a, b, c là các số cho trước. Chứng minh rằng $3a^2 + 2b^2 +5c^2 \geq 2(a +b)(a + c)$. Dấu “ = ” xảy ta khi nào?

(Trích đề thi học sinh giỏi tỉnh Đăk Nông năm học 2015 - 2016)

2. Chứng minh rằng : $x^2 + 5y^2 – 4xy +2x – 6y > -3$ với mọi x; y.
3. Cho a, b, c là độ dài ba cạnh của tam giác. Chứng minh rằng:

$2a^2 + b^2 + c^2 – 2a(b + c) \geq 0$.

Dạng 5: Sử dụng biệt thức Đenta để tìm giá trị lớn nhất (GTLN - Max), giá trị nhỏ nhất (GTNN - Min) của biểu thức.

Cho hàm số y = f(x), xét phương trình f(x) = a

Phương trình trên có nghiệm khi giá trị a thuộc miền giá trị của hàm số. Lúc đó ta đã chuyển bài toán về dạng tam thức bậc hai và công cụ giải đó là biệt thức Đenta.

Ví dụ: Tìm miền giá trị của hàm số $y=\frac{x}{x^2+x+1}$

Giáo viên hướng dẫn: gọi a là giá trị của hàm số. Bài toán được phát biểu như sau: " Với giá trị nào của a thì phương trình $a=\frac{x}{x^2+x+1}$ có nghiệm? ". Cách làm như sau:

ĐKXĐ: $x\in R$

Gọi a là giá trị của hàm số, ta có $a=\frac{x}{x^2+x+1}$

$\Leftrightarrow a(x^2 + x + 1) = x \Leftrightarrow ax^2 + (a - 1)x + a = 0$ (1) là phương trình biến x

$\Delta = -3a^2 - 2a + 1 = (-3a + 1)(a + 1)$

Nếu a = 0 thì x = 0

Nếu $a \neq 0$ thì để phương trình (1) có nghiệm thì $\Delta \geq 0$

$\Leftrightarrow (-3a + 1)(a + 1) \geq 0 \Leftrightarrow -1\le a\le \frac{1}{3}$

Vậy miền giá trị của y là $\Leftrightarrow -1\le y\le \frac{1}{3}$.

Phương pháp giải như trên gọi là *phương pháp miền giá trị của hàm số.*

Qua ví dụ này ta có bài toán như sau:

Bài toán 10: Tìm giá trị nhỏ nhất (GTNN) của biểu thức $P=\frac{2x^2+4x-1}{x^2+2x+5}$

ĐKXĐ: $x\in R$

$$P=\frac{2x^2+4x-1}{x^2+2x+5}\Leftrightarrow P\left(x^2+2x+5\right)=2x^2+4x-1\Leftrightarrow (P-2)x^2+2(P-2)x+5P+1=0\,(1)$$

Ta có Δ’ = $(P-2)^2 - (P-2)(5P+1) = (P-2)(-4P-3)$

Điều kiện để phương trình (1) có nghiệm là :

$$\begin{cases} P-2\neq 0 \\ \Delta \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} P\neq 2 \\ (P-2)(-4P-3)\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} P\neq 2 \\ \dfrac{-3}{4}\leq P\leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{-3}{4}\leq P<2$$

Dấu “ = ” xảy ra khi P = $\frac{-3}{4} \Leftrightarrow \frac{2x^2+4x-1}{x^2+2x+5}=\frac{-3}{4} \Leftrightarrow x=-1$

Vậy MinP = $\frac{-3}{4}$ khi x = -1

Bài toán 11: Tìm GTLN (Max), GTNN (Min) của biểu thức $M=\frac{2x+1}{x^2+6}$

Ta có $M=\frac{2x+1}{x^2+6} \Leftrightarrow Mx^2-2x+6M-1=0$ (*)

Để M tồn tại giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất thì phương trình (*) (ẩn x) phải có nghiệm, tức là Δ’ ≥ 0

Δ’ = $(-1)^2 - M(6M-1) = -6M^2 + M + 1 \geq 0 \Leftrightarrow 6M^2 - M - 1 \leq 0 \Leftrightarrow$ $6\left(M-\frac{1}{2}\right)\left(M+\frac{1}{3}\right)\leq 0 \Leftrightarrow \frac{-1}{3}\leq M\leq \frac{1}{2}$

- Với M = $\frac{1}{2}$ ta có $\frac{2x+1}{x^2+6}=\frac{1}{2}$ => x = 2
- Với M = $\frac{-1}{3}$ ta có $\frac{2x+1}{x^2+6}=\frac{-1}{3}$ => x = -3

Vậy Max M = $\frac{1}{2}$ khi x = 2; Min M = $\frac{-1}{3}$ khi x = -3

Từ bài toán trên ta có thể đề xuất bài toán tương tự như sau:

Bài toán 12: Chứng minh rằng : $\frac{-1}{3}\leq \frac{2a+1}{a^2+6}\leq \frac{1}{2}$ với mọi số thực a.

Học sinh giải tương tự như bài tập 11

Bài tập tương tự:

1) Tìm GTLN, GTNN của :

$$A=\frac{x^2}{x^2-5x+7}; B=\frac{4x+3}{x^2+1}$$

2) Tìm GTNN của biểu thức:

$$M = \frac{3x^2 + 8x + 9}{x^2 + 2x + 1}$$

$N = 2x^2 + 4y^2 – 4xy – 68x + 64y + 2597$

2.4. KẾT QUẢ ĐẠT ĐƯỢC:

Trong quá trình giảng dạy học vừa qua khi áp dụng kinh nghiệm của mình để soạn giảng và vận dụng vào thực tế thì tôi thấy có sự thay đổi:

- Học sinh đã có những thái độ học tập tích cực, thích thú hơn trong tiết học, chủ động nêu lên những thắc mắc, khó khăn về bộ môn với giáo viên, các em hưởng ứng rất nhiệt tình. Bên cạnh đó những bài tập giao về nhà đã được các em làm một cách nghiêm túc, tự giác học bài và nắm được các kiến thức cơ bản sau khi học xong mỗi bài.

- Phần lớn chất lượng các bài tập đã được nâng lên, các em đều xác định hướng đi bài toán, số học sinh làm tốt các bài tập tăng đáng kể.

Qua điều tra về mức độ thông hiểu về các dạng toán của một số học sinh khi **chưa sử dụng biệt thức Đenta** cho thấy kết quả:

Tổng số HS	**Số HS thông hiểu**		**Số HS không thông hiểu**	
	SL	**%**	**SL**	**%**
20	5	20%	15	80%

Sau khi học sử dụng biệt thức Đenta điều tra mức độ thông hiểu về các dạng toán của một số học sinh, kết quả là :

TSHT	**Số HS thông hiểu**		**Số HS không thông hiểu**	
	SL	**%**	**SL**	**%**
20	18	90%	2	10%

So với trước khi học số học sinh thông hiểu và vận dụng làm các bài tập về các dạng toán có sử dụng biệt thức Đenta tăng **70**%.

3. KẾT LUẬN VÀ KIẾN NGHỊ

3.1. Kết luận:

Thực tiễn dạy học trong thời gian qua và việc áp dụng các giải pháp trên vào quá trình dạy học môn Toán tôi đã rút ra một số bài học cơ bản.

Một là: Mỗi giáo viên cần phải thường xuyên tự học, tự bồi dưỡng, rèn luyện để không ngừng trau dồi về kiến thức kỹ năng dạy học môn Toán.

Hai là: Thường xuyên đổi mới về cách soạn, cách giảng, đưa các ứng dụng công nghệ thông tin vào dạy học, đa dạng hoá các phương pháp và hình thức tổ chức dạy học để lôi cuốn được học sinh vào quá trình học tập.

Ba là: Cần quan tâm sâu sát đến từng đối tượng học sinh đặc biệt là học sinh giỏi để bồi dưỡng và giúp các em lĩnh hội kiến thức cao hơn, để làm nguồn cho các kì thi học sinh giỏi các cấp.

Bốn là: Trong quá trình dạy giáo viên phải hướng dẫn học sinh vào việc phát huy tính tích cực, chủ động, sáng tạo, tạo ra những tình huống có vấn đề để học sinh thảo luận. Trong mỗi tiết phải tạo ra được quan hệ giao lưu đa chiều giữa giáo viên – học sinh, giữa cá nhân, tổ chức nhóm.

Năm là: Giáo viên cần mạnh dạn đưa các ứng dụng công nghệ thông tin vào dạy học như các phần mềm vẽ hình, các loại máy chiếu đa năng, máy chiếu hắt, các hiệu ứng hình ảnh để tiết học thêm sinh động.

Trên đây là kết quả của nghiên cứu và triển khai vấn đề này bản thân tôi nhận thấy: Để nâng cao hiệu quả cho học sinh học môn Toán, đặc biệt là phần sử dụng biệt thức Đenta trong tam thức bậc hai thì giáo viên phải tạo hứng thú cho học sinh thông qua tìm hiểu kiến thức mới, thông qua các buổi thực hành, thông qua việc phân loại bài tập, hướng dẫn học sinh giải bài tập, đặc biệt là đưa ra nhiều phương pháp khác nhau để học sinh giải quyết vấn đề… Đồng thời phải luôn gần gũi, tìm hiểu những khó khăn, sở thích của học sinh để từ đó có những biện pháp phù hợp hơn. Bên cạnh đó cần có những thời lượng phù hợp áp dụng kiến thức hình học vào thực tiễn đời sống và để học sinh thấy được tính khoa học và giá trị thực tiễn của bộ môn.

Do điều kiện và năng lực của bản thân tôi còn hạn chế, các tài liệu tham khảo chưa thật đầy đủ nên chắc chắn khi thực hiện đề tài còn những điều chưa hoàn thiện. Nhưng tôi mong rằng đề tài này ít nhiều cũng giúp học sinh có thêm động lực ,sự say mê và nhất là thay đổi được thói quen học thụ động trong học môn Toán.

Bằng những kinh nghiệm rút ra sau nhiều năm giảng dạy ở trường THCS, nhất là những bài học rút ra sau nhiều năm dự giờ thăm lớp của các đồng chí cùng trường cũng như dự giờ các đồng chí trường bạn. Cùng với sự giúp đỡ tận tình của ban giám hiệu nhà trường, của tổ chuyên môn trường THCS Nguyễn Tất Thành - Cư Jut –Đăk Nông, Tôi đã hoàn thành đề tài **“ Sử dụng biệt thức Đenta trong tam thức bậc hai để giải một số dạng toán”**

3.2. Kiến nghị :

- Đề nghị nhà trường cần tổ chức nhiều sân chơi tri thức hơn nữa để các em học sinh có cơ hội khẳng định mình và học hỏi lẫn nhau.
- Đề nghị Phòng GD & ĐT cần mở nhiều chuyên đề, hội thảo liên quan đến đổi mới phương pháp giảng dạy theo hướng tích cực để giáo viên các trường có cơ hội giao lưu học hỏi lẫn nhau.
- Đề nghị quý phụ huynh cần quan tâm hơn nữa đến việc học tập của con em mình.

Tôi xin chân thành cảm ơn các đồng chí trong ban giám hiệu nhà trường, cảm ơn các đồng chí trong tổ chuyên môn trường THCS Nguyễn Tất Thành đã giúp tôi hoàn thành đề tài này. Tôi rất mong được sự chỉ bảo của các đồng chí chuyên môn Phòng Giáo dục và Đào tạo, ý kiến đóng góp của các đồng nghiệp để vốn kinh nghiệm giảng dạy của tôi được phong phú hơn.

Tôi xin chân thành cảm ơn !

Xác nhận của đơn vị

Nam Dong, tháng 02 năm 2021

Người viết

Vũ Đăng Thành

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Tôn Thân (chủ biên) – Phạm Gia Đức – Trương Công Thành – Nguyễn Duy Thuận, *sách bài tập Toán 9(tập hai)*,NXB Giáo dục Việt Nam.
2. Nguyễn Tất Thu (chủ biên) – Vũ Công Minh – Đoàn Quốc Việt, *Bất đẳng thức Đại số và ứng dụng*, NXB Đại học sư phạm.
3. Nguồn internet
4. Sưu tầm một số đề thi học sinh giỏi lớp 9 cấp huyện(Cư Jút), cấp tỉnh (Đăk Nông) các năm và một số đề thi vào lớp 10 các tỉnh.